**Пример решения индивидуальной задачи И1**

**Требования к оформлению.**

1. Приоритетным является электронное исполнение заданий. В таком виде можно прислать решение в любое время суток и получить ответ в течение 24 часов.
2. Письменные решения и исправления выполняются в одной ученической тетради.
3. Для лучшей читаемости страницы тетради желательно нумеровать справа налево

|  |  |
| --- | --- |
| 2  4 | 1  3  и т.д. |

1. Рисунки выполните крупно и по заданным размерам.
2. При несовместимости данных обращайтесь к лектору: Skype: torsor2751992, mob 8-911-942-0791: Алексей Владимирович).
3. Каждый пункт снабдите поясняющим текстом, как в примере.
4. Преобразования формул должны быть последовательными и понятными для стороннего читателя.
5. Неисполнение требований по оформлению приведет к возвращению работы без ее проверки.
6. Вычисления можно проверить на сайте <http://www.wolframalpha.com/> или

http://www.webmath.ru/web/prog13\_1.php

**Задача И1**

## А.Костарев

## Условие задачи

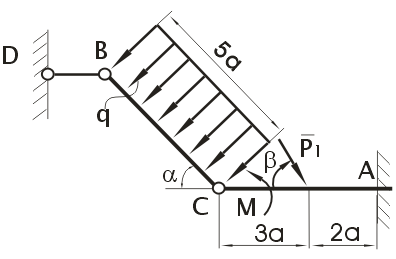
Механическая система состоит из 2-х балок ВС и АС, соединённых между собой цилиндрическим шарниром С. В точке А балка СА закрепляется в вертикальной стенке с помощью жёсткой заделки, в точке В – с помощью невесомого стержня ВD. Система нагружена равномерно распределённой нагрузкой интенсивностью q, парой сил с моментом М и силой Р1.

Определить реакции в точках А, В, С . Весом балок и трением в шарнирах пренебречь.

Показать, что при стремлении α к нулю, задача становится неопределимой.

Дано: q = 4,8 кН/м, Р1 = 1,5 кН, М = 1 кН ⋅м, a = 1,2 м,   
α= 60о, β = 30 о

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **a** | **P1** | **𝛽** | **M** | **q** | **α** |
| м | кН | град | кНм | кН/м | град |
| 1,2 | 1,5 | 30 | 1 | 4,8 | 60 |

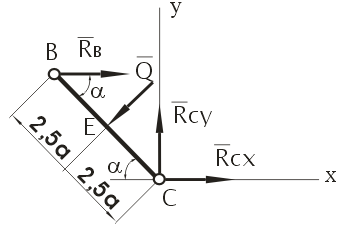


*Рис. 1*

## Расчётные схемы и уравнения равновесия

Поскольку система состоит из двух тел, то рассмотрим равновесие каждого из них.

Балка ВС (рис. 2)



*Рис. 2*

## А.Костарев

Рассмотрим равновесие балки ВС:

* активные силы, действующие на балку ВС: равномерно распределённую нагрузку интенсивностью q заменяем сосредоточенной силой Q = 5aq, точка приложения силы Q – точка Е; модуль силы Q равен Q = 5*q* ⋅ a = 5 ⋅ 4,8 ⋅ 1,2 = 28,80; (кН)
* связи: в точке В – невесомый стержень, реакция которого RB (см. рис.2); в точке *С –* цилиндрический шарнир, составляющие реакции которого: *RCX, RCY (см. рис.2).*

Таким образом, на балку ВС действует система сил: (Q, RB, RCX, RCY) – Балка находится в равновесии, значит выполняются следующие условия:

ΣFKX = 0,

ΣFKY = 0,

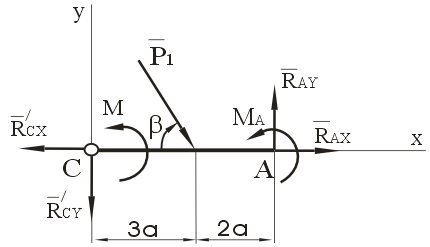
ΣmC(FK) = 0.

Для балки ВС (см. рис. 2):

1. ΣFKX = RB + RCX – Q ⋅ sin α = 0,
2. ΣFKY = RCY – Q ⋅ cos α = 0,
3. ΣmC(FK) = Q ⋅ 2,5a – RB ⋅ 5a ⋅ sin α = 0.

Видим, что при уменьшении угла α реакция RB возрастает до бесконечности, когда последнее уравнение теряет смысл. Связи становятся недостаточными в направлении поворота вокруг центра С, и избыточной в направлении оси *x.*

Балка СА (рис. 3)



*Рис. 3*

Рассмотрим равновесие балки АС:

- активные силы, действующие на балку АС: сила Р1, момент М;

* связи: в точке А – жёсткая заделка, реакция состоит из силы реакции (направление её заранее неизвестно, поэтому силу раскладываем на составляющие RAX, RAY ) и пары сил с моментом МА; в точке С – цилиндрический шарнир, составляющие реакции которого R’CX, R’CY   
  (см. рис. 3), которые согласно третьему закону Ньютона направлены противоположно соответствующим реакциям балки ВС.

Уравнения равновесия балки АС:

4) ΣFKX = RAX – R’CX + P1 ⋅ cos β = 0,

5) ΣFKY = RAY – R’CY – P1 ⋅ sin β = 0,

6) ΣmC(FK) = M + MA – (P1 ⋅ sin β) ⋅ 3a + RAY ⋅ 5a = 0.

## А.Костарев

## Решение системы уравнений

### а) Аналитический метод:

Перепишем систему уравнений, принимая во внимание, что R’CX = RCX и R’CY = RCY (модули этих сил равны).

RB + RCX – Q ⋅ sin α = 0, (1)

RCY – Q ⋅ cos α = 0, (2)

Q ⋅ 2,5a – RB ⋅ 5a ⋅ sin α = 0, (3)

RAX – RCX + P1 ⋅ cos β = 0, (4)

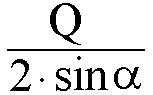
RAY – RCY – P1 ⋅ sin β = 0, (5)

M + MA – P1 ⋅ 3a ⋅ sin β + RAY ⋅ 5a = 0. (6)

Решим систему методом подстановки.

Из уравнений (2) и (3) следует:

RCY = Q ⋅ cos α =14,40 (кН) (7)



RB = = 16,63(кН) (8)

Подставив RCY в уравнение (5), получим:

RAY – Q ⋅ cos α – P1 ⋅ sin β = 0, откуда

RAY = Q ⋅ cos α + P1 ⋅ sin β = 15,15 (кН); (9)

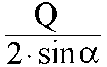
Далее из (6):

MA = P1 ⋅ 3a ⋅ sin β – M – (Q ⋅ cos α + P1 ⋅ sin β) ⋅ 5a =

= – M – Q ⋅ 5a ⋅ cos α – P1 ⋅ 2a ⋅ sin β

Окончательно:

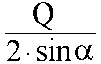
MA = – M – Q⋅5a⋅cos α – P1⋅2a⋅sin β = – 89,2 (кН); (10)

Из уравнения (1) следует:

RCX = Q⋅sin α – RB = Q⋅sin α – = 8,31(кН);

Наконец, из уравнения (4) находим RAX:

RAX = RCX – P1 ⋅ cos β ;

 RAX = Q⋅ sin α – – P1⋅cos β = 7,26 (кН); (12)

Проверить свое решение можно на сайте http://www.webmath.ru/web/prog13\_1.php

## А.Костарев

## Обязательная проверка

Для проверки полученных результатов необходимо составить расчётную схему для всей системы в целом (рис. 5).

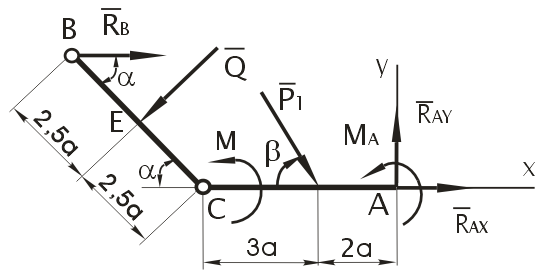
Для проверки составим такое уравнение, чтобы в него вошли все искомые величины. Это будет уравнение моментов относительно точки Е.

ΣmE(FK) = 0; (14)

RAX ⋅ 2,5a ⋅ sin α + RAY ⋅ (5a + 2,5a ⋅ cos α)+MA+M – RB ⋅ 2,5a

× sin α + P1 ⋅ cos β ⋅ 2,5a ⋅ sin α – P1 ⋅ sin β × (3a + 2,5a ⋅ cos α) = 0

После подстановки в последнее уравнение значений RB, MA, RAX, RAY, полученных при определённом угле β, при правильных результатах должно быть 0 ≅ 0.



*Рис. 5*

Процент ошибки должен составлять не более 5% от значения максимальной величины, входящей в это уравнение.

Так, например, взяв из табл. 1 результаты расчетов для угла β = 300, получим:

7,56 ⋅ 2,5 ⋅ 1,2 ⋅ 0,866 + 15,70 ⋅ (5 ⋅ 1,2 + 2,5 ⋅ 1,2 ⋅ 0,5) – 90,52 + 1 –

– 16,63 ⋅ 2,5 ⋅ 1,2 ⋅ 0,866 + 1,5 ⋅ 0,5 ⋅ 2,5 ⋅ 1,2 ⋅ 0,866 – 1,5 ⋅ 0,866 ×

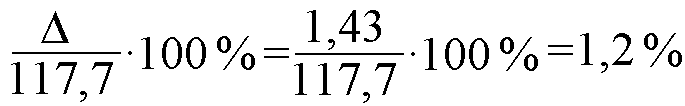
× (3 ⋅ 1,2 + 2,5 ⋅ 1,2 ⋅ 0,866) = 0;

19,64 + 117,75 – 90,52 +1 – 43,20 + 1,95 – 8,05 = 0;

– 1,43 ≈ 0.

Отклонение от точного равенства Δ = – 1,43.

Относительная ошибка составляет:



что не превышает 5%.

**Пример решения индивидуальной задачи И2**

**Задача И2**

**Условия задачи.**

По данным уравнениям движения точки М изобразить ее траекторию и для момента времени изобразить положение точки на траектории, вектор ее скорости, составляющие скорости по осям ; полное, касательное и нормальное ускорения, составляющие ускорения по осям , а также радиус кривизны траектории в данной точке.

**Решение**

## А.Костарев

***Траектория***

Установим вид уравнения, связывающего функции *x* и *y*, по которому судят о траектории движения точки. Выразим из одного уравнения *t* и подставим в другое. Из второго уравнения:

подставим в первое и получим:

y

x

0

***V***

1,75

2,5

***W***τ

***W***n

*M(t1)*

***W***

*ρ*

К

Это уравнение описывает параболу с вершиной в начале координат. Начало движения соответствует моменту времени

Для проверки графика подставляем «7/25\*x^2 (x from 0 to 4)» в http://www.wolframalpha.com/input

Используя исходные функции, найдем положение начальной точки:

Материальная точка начнет свое движение из начала координат. При увеличении параметра *t* значения *x* и *y* будут возрастать, т.е. материальная точка будет перемещаться вверх и направо. Таким образом, траектория движения представляет собой ветвь параболы началом в ее вершине (0,0).

Положение точки в момент времени :

***Скорость точки.***

Проекции вектора скорости:

По найденным проекциям на графике строим вектор скорости **.** Если вектор оказывается не касательным к траектории, то ищем ошибку.

Модуль скорости:

***Ускорение точки.***

Проекции *полного ускорения*

На графике строим горизонтальный вектор ускорения и раскладываем его на касательную и нормальную составляющие.

***Касательное ускорение точки*** найдем по формуле

***Нормальное ускорение точки.***

Сравниваем соотношение составляющих ускорений с графиком. Если видим, что соотношения разнятся, то ищем ошибку.

## А.Костарев

***Радиус кривизны траектории в данной точке:***

На нормали откладываем м и находим центр кривизны К траектории в данной точке.